

ОБРАЗАЦ 6

УНИВЕРЗИТЕТ У КРАГУЈЕВЦУ
ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКОГ ФАКУЛТЕТА

Датум: 20.01.2025.
Одр.: 05 60/12-1 - -

НАСТАВНО-НАУЧНОМ ВЕЋУ
ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКОГ ФАКУЛТЕТА У КРАГУЈЕВЦУ
И
ВЕЋУ ЗА ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКЕ НАУКЕ
УНИВЕРЗИТЕТА У КРАГУЈЕВЦУ

На седници Већа за природно-математичке науке Универзитета у Крагујевцу одржаној 20.11.2024. године (број одлуке: IV-01-815/12) одређени смо за чланове Комисије за оцену и одбрану докторске дисертације под насловом: „**Карактеристичне врсте репера кривих у геометрији простора Минковског**”, кандидата **Јелене Ђорђевић**, студента докторских академских студија Математика, за коју је именован ментор др **Емилија Нешовић**, редовни професор.

На основу података којима располажемо достављамо следећи:

ИЗВЕШТАЈ
О ОЦЕНИ УРАЂЕНЕ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

1. Подаци о докторској дисертацији
1.1. Наслов докторске дисертације: Карактеристичне врсте репера кривих у геометрији простора Минковског
1.2. Опис докторске дисертације (навести кратак садржај са знаком броја страница, поглавља, слика, шема, графикана, једначина и референци) (до 500 карактера): У овој докторској дисертацији дефинисани су и истражени карактеристични репери дуж кривих у просторима Минковског. Дисертација се састоји од сажетка на српском и енглеском језику, текста рукописа на 105 страна кога чине Увод и четири главе, Литературе која садржи 88 референци и прилога у коме су дате листе слика и табела. Дисертација садржи 16 слика и 4 табеле. Дисертација садржи и биографију, изјаву аутора о оригиналности дисертације, изјаву аутора о истоветности штампане и електронске верзије, као и изјаву аутора о искоришћавању докторске дисертације.
1.3. Опис предмета истраживања (до 500 карактера): Предмет истраживања дисертације су Бишовов репер криве у простор-времену E^4 , уопштени Дарбуов репер криве у простору E^3 , као и криве одређене уопштеним Дарбуовим репером. Изведене су једначине Бишововог репера и добијена је одговарајућа релација између Френеовог и Бишововог репера. Извршена је анализа Бишововог репера, уопштеног Дарбуовог репера прве и друге врсте као и веза између Френеовог и Бишововог репера.

1.4. Анализа испуњености полазних хипотеза:

Полазне хипотезе истраживања засноване су на постојећим резултатима из теорије семи-еуклидских простора E^n_v и Лоренцове геометрије у специјалној теорији релативности као и изометрија семи-еуклидског простора E^n . Поред тога, коришћени су резултати у вези Френеовог и Картановог репера криве у просторима E^3_1 и E^4_1 као и Бишоповог и Дарбуовог репера криве у просторима E^3 , E^3_1 .

1.5. Анализа примењених метода истраживања:

У дисертацији су коришћене разне математичке методе истраживања, а посебно методе диференцијалне геометрије, линеарне алгебре и диференцијалног рачуна. Добијени резултати су имплементирани у програмском пакету Wolfram Mathematica.

1.6. Анализа испуњености циља истраживања:

Циљ истраживања односи се на дефинисање и истраживање карактеристичних репера дуж кривих у простору Минковског као што су Бишопов репер (репер са својством минималне ротације) псеудо нул криве и парцијално нул криве у простор-времену Минковског E^4_1 , извођење једначина Бишоповог репера и анализа и успостављање везе између Френеовог и Бишоповог репера, као увођење и анализа уопштеног Дарбуовог репера. Циљ истраживања је у потпуности испуњен.

1.7. Анализа добијених резултата истраживања и списак објављених научних радова кандидата из докторске дисертације (аутори, наслов рада, назив часописа, волумен, година објављивања, странице од-до, DOI број¹, категорија):

Ова дисертација представља оригиналан резултат научног рада кандидата из области диференцијалне геометрије, специјално из области простора Минковског.

Најпре су дефинисани и истражени карактеристични репери дуж кривих у просторима Минковског. Уведен је Бишопов репер (репер са својством минималне ротације) псеудо нул криве и парцијално нул криве у простор-времену Минковског E^4_1 . Изведене су једначине Бишоповог репера и добијена је одговарајућа релација између Френеовог и Бишоповог репера. Помоћу геометријске алгебре простор-времена, одређени су Дарбуови бивектори Френеовог и Бишоповог репера псеудо нул криве. Доказано је да се Френеов репер парцијално нул криве може добити ротацијом Бишоповог репера који одговара једном партикуларном решењу нелинеарне диференцијалне једначине трећег реда, чија партикуларна решења одређују Бишопове кривине криве. Добијена је параметризација светлосне хиперповрши и светлосне фокалне површи дуж парцијално нул криве у терминима Бишоповог репера.

Уведени су уопштени Дарбуови репери прве и друге врсте просторне и псеудо нул криве на светлосној површи у простору E^3_1 , као и уопштени Дарбуови репери прве и друге врсте нул Картанове криве на временској површи. Дате су карактеризације нул Картанових нормалних изофотних, нормалних силуетних, ректификационих изофотних и ректификационих силуетних кривих које леже на временској површи.

Под претпоставком да је дата параметарска једначина временске површи, једначина осе и геодезијска кривина нул Картанове нормалне изофотне или нормалне силуетне криве, добијени су нумерички примери таквих кривих.

¹ Уколико публикација нема DOI број уписати ISSN и ISBN

Оригинални резултати кандидата Јелене Ђорђевић публиковани су у оквиру 4 рада са SCI листе, два рада категорије M50 и презентовани су на више научних скупова.

Научни радови публиковани у истакнутим међународним часописима (M20)

1. **J. Djordjević**, E. Nešović, On the Bishop frame of pseudo null curve in Minkowski space-time, Turk. J. Math. Vol. 44 (2020), 870-882 M22 (DOI: 10.3906/mat-1910-11)
2. **J. Djordjević**, E. Nešović, U. Öztürk, On generalized Darboux frame of a spacelike curve lying on a lightlike surface in Minkowski space E^3_1 , Turk. J. Math. Vol. 47, No. 2 (2023), 883-897 M22 (DOI: 10.55730/1300-0098.3399)
3. **J. Djordjević**, E. Nešović, On the Bishop frame of partially null curve in Minkowski space-time, Filomat, Vol. 38, No. 4 (2024), 1439–1449 M22 (DOI: 10.2298/FIL2404439D)
4. **J. Djordjević**, E. Nešović, U. Öztürk, E.B. Koc Öztürk, On null Cartan normal isophotic and normal silhouette curves on a timelike surface in Minkowski 3-space, Math. Meth. Appl. Sci. 47 (2024), 10520–10539 M21 (DOI: 10.1002/mma.10137)

Научни радови објављени у часописима националног значаја (M50)

1. **J. Djordjević**, E. Nešović, On generalized Darboux frame of pseudo null curve lying on a lightlike surface in Minkowski space E^3_1 , Int. Elec. J. Geom. Vol. 16, No. 1 (2023), 81-94 M51 (DOI: 10.36890/iejg.1269538)
2. M. Grbović Ćirić, **J. Djordjević**, E. Nešović, On null Cartan rectifying isophotic and rectifying silhouette curves lying on a timelike surface in Minkowski space E^3_1 , Int. Elec. J. Geom. Vol.17, No. 1 (2024), 171-183 M51 (DOI: 10.36890/iejg.1447199)

Саопштења на међународним научним скуповима штампана у изводу (M34)

1. **J. Djordjević**, E. Nešović, On generalized Darboux frame of a spacelike curve lying on a lightlike surface in Minkowski space E^3_1 , Book of Abstracts, XXI Geometrical Seminar, Belgrade, June 26-July 2, (2022) M34

1.8. Оцена да је урађена докторска дисертација резултат оригиналног научног рада кандидата у одговарајућој научној области и анализа извештаја о провери докторске дисертације на плагијаризам (до 1000 карактера):

На основу увида у постојећа научна истраживања из области диференцијалне геометрије, посебно у области семи-Риманове геометрије, Комисија сматра да је докторска дисертација под називом „Карактеристичне врсте репера кривих у геометрији простора Минковског“ кандидата Јелене Ђорђевић оригинално научно дело чија тема није била предмет досадашњих истраживања. Ово је потврђено публикавањем резултата у 4 врхунска часописа са SCI листе категорије M20. Добијени резултати представљају добру основу за даља истраживања.

1.9. Значај и допринос докторске дисертације са становишта актуелног стања у одређеној научној области:

Карактеристични репери дуж кривих у просторима Минковског који су предмет ове дисертације припадају важној области диференцијалне геометрије, специјално семи-Римановој геометрији. Репери са својством минималне ротације су од фундаменталног значаја у многим областима науке и технике (рачунарска графика, роботика, квантна механика, биоматематика и диамика флуида). Најпознатији пример таквог репера је Френеов репер. Бишовов репер регуларне криве у еуклидском простору E^3 дефинисао је Л.Р. Бишоп у свом раду из 1975. године.

Бишовов репер псеудо нул и нул Картанових кривих у простору E^3_1 дефинисали су Е. Нешовић и М. Грбовић у свом раду из 2018. У просторима димензије веће од 3, особине Бишововог репера проучавали су у својим радовима страни аутори М. Оздемир, А. А. Ергин, М. Ердогду, Ф. Гокцелик, З. Бозкурт, И. Гок, Ф.Н. Екмекци, К. Иларслан, а од домаћих Е. Нешовић и М. Грбовић. Нове врсте Бишовових репера проучавали су Е. Нешовић, М. Грбовић, И. Киси, Г. Озтурк.

Главну основу оригиналних резултата кандидата Јелене Ђорђевић представљаља проучавање Бишововог репера псеудо нул и нул Картанових кривих у простору E^3_1 . У овој докторској дисертацији компетирани су резултати о Бишововим реперима кривих у 4-димензионом простору Минковског. Дефинисани су Бишовови репери псеудо нул кривих и парцијално нул кривих у простор-времену Минковског, као и уопштени Дарбуови репери просторних, псеудо нул и нул Картанових кривих које леже на одговарајућој површи у простору Минковског E^3_1 . Помоћу уопштених Дарбуових репера, уведене су нове врсте изофотних и силуетних кривих - нул Картанове нормалне изофотне и нормалне силуетне криве, као и нул Картанове ректификационе изофотне и ректификационе силуетне криве. Такође су добијене релације између поменутих кривих и нул Картанових уопштених хелиса, релативно нормалних-искошених хелиса и изофотних кривих.

Резултати ове докторске дисертације могу имати значајан утицај на даље проучавање и развој теорије кривих и површи у просторима Минковског.

1.10. Оцена испуњености услова за одбрану докторске дисертације у складу са студијским програмом, општим актом факултета и општим актом Универзитета (до 1000 карактера):

Докторска дисертација „**Карактеристичне врсте репера кривих у геометрији простора Минковског**“ кандидата Јелене Ђорђевић је оригинална. Ова дисертација представља значајан научни допринос Диференцијалној геометрији, посебно семи-Римановој геометрији и теорији простора Минковског. Кандидат до сада има 4 публикована рада са SCI листе (један рад категорије М21 и три рада категорије М22), два рада категорије М50 и једно саопштење на научном скупу.

На основу свега наведеног закључујемо да кандидат Јелена Ђорђевић испуњава услов за одбрану докторске дисертације у складу са студијским програмом, општим актом Факултета и општим актом Универзитета.

2. ЗАКЉУЧАК

На основу анализе докторске дисертације и приложене документације Комисија за оцену и одбрану докторске дисертације под насловом „**Карактеристичне врсте репера кривих у геометрији простора Минковског**“, кандидата Јелене Ђорђевић, предлаже надлежним стручним органима да се докторска дисертација прихвати и да се одобри њена одбрана.

Чланови комисије:

M. Stanković

др Мића Станковић, редовни професор

Природно-математички факултет, Универзитет у
Нишу

Ужа научна област: Математика

Председник комисије

M. Zlatanović

др Милан Златановић, редовни професор

Природно-математички факултет, Универзитет у
Нишу

Ужа научна област: Математика

Члан комисије

M. Antić

др Мирослава Антић, ванредни професор

Математички факултет, Универзитет у Београду

Ужа научна област: Геометрија

Члан комисије



НАСТАВНО-НАУЧНОМ ВЕЋУ ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКОГ ФАКУЛТЕТА
УНИВЕРЗИТЕТА У КРАГУЈЕВЦУ
И
ВЕЋУ КАТЕДРЕ ИНСТИТУТА ЗА МАТЕМАТИКУ И ИНФОРМАТИКУ
ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКОГ ФАКУЛТЕТА УНИВЕРЗИТЕТА У
КРАГУЈЕВЦУ

У складу са приложеном документацијом у вези захтева др **Емилије Нешовић**, редовног професора Природно-математичког факултета, Универзитета у Крагујевцу ментора кандидаткиње **Јелене Ђорђевић**, сматрам да Извештај Комисије за оцену и одбрану докторске дисертације под насловом: „**Карактеристичне врсте репера кривих у геометрији простора Минковског**” задовољава критеријуме прописане Законом о високом образовању, Правилником о пријави, изради и одбрани докторске дисертације Универзитета у Крагујевцу, Правилником о докторским академским студијама на Природно-математичком факултету Универзитета у Крагујевцу и Правилником о пријави, изради и одбрани докторске дисертације на Природно-математичком факултету Универзитета у Крагујевцу.

Председник Савета докторских студија

Доц. др Сања Јанићевић

УНИВЕРЗИТЕТ У КРАГУЈЕВЦУ

НАЗИВ ФАКУЛТЕТА

ОЦЕНА МЕНТОРА О ИЗВЕШТАЈУ О ПРОВЕРИ ОРИГИНАЛНОСТИ ДОКТОРСКЕ
ДИСЕРТАЦИЈЕ ОДНОСНО ДОКТОРСКОГ УМЕТНИЧКОГ ПРОЈЕКТА

НАЗИВ ДИСЕРТАЦИЈЕ	Карактеристичне врсте репера кривих у геометрији простора Минковског	
Кандидат	Јелена Р. Ђорђевић	
Ментор	проф. др Емилија Нешовић	
Датум пријема потпуног извештаја о провери оригиналности докторске дисертације, односно докторског уметничког пројекта	30.10.2024.	

Докторска дисертација кандидата Јелене Р. Ђорђевић под називом „Карактеристичне врсте репера кривих у геометрији простора Минковског“ представља оригинални рад докторанда у области диференцијалне геометрије кривих у геометрији простора Минковског. При писању дисертације поштована су академска правила цитирања и наведени су сви релевантни извори. У извештају о провери на плагијаризам, утврђено је 10% поклапања у 4 извора. Извори [1], [3] и [4] су објављени научни радови кандидата из којих је проистекла дисертација. Извор [2] у коме је утврђено 3% подударана се односи на уводне дефиниције и појмове који су били полазна основа за писање дисертације. Један део поклапања се појављује у списку коришћене литературе, која је такође наведена у објављеним радовима кандидата.

Извештај о провери оригиналности докторске дисертације „Карактеристичне врсте репера кривих у геометрији простора Минковског“ указује да је докторска дисертација кандидата Јелене Р. Ђорђевић оригинална, те се прописани поступак припреме за одбрану може наставити.

Датум

31.10.2024.

ПОТПИС МЕНТОРА

Е. Нешовић

Емилија Нешовић