



НАСТАВНО-НАУЧНОМ ВЕЋУ
ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКОГ ФАКУЛТЕТА У КРАГУЈЕВЦУ
И
ВЕЋУ ЗА ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКЕ НАУКЕ
УНИВЕРЗИТЕТА У КРАГУЈЕВЦУ

На седници Већа за природно-математичке науке Универзитета у Крагујевцу одржаној 17.4.2024. године (број одлуке: IV-01-270/14) одређени смо за чланове Комисије за оцену и одбрану докторске дисертације под насловом: „Нестандардне анти-Гаусове квадратурне формуле”, кандидата **Невене З. Петровић**, студента докторских академских студија Математике, за коју је именован ментор др **Марија Станић**, редовни професор.

На основу података којима располажемо достављамо следећи:

ИЗВЕШТАЈ
О ОЦЕНИ УРАЂЕНЕ ДОКТОРСKE ДИСЕРТАЦИЈЕ

1. Подаци о докторској дисертацији
1.1.Наслов докторске дисертације:
„Нестандардне анти-Гаусове квадратурне формуле”
1.2.Опис докторске дисертације (навести кратак садржај са знаком броја страница, поглавља, слика, шема, графикона, једначина и референци) (до 500 карактера):
Тема дисертације је анализа нестандартних анти-Гаусових квадратурних формула. Дисертација се састоји од апстракта на српском и енглеском језику, текста рукописа кога чине Увод и 4 главе, на 94 стране, Литературе која садржи 75 ставки и Прилога 1 у коме су дате листе слика и табела. У дисертацији се налази 1 слика и 9 табела. Дисертација садржи и Биографију кандидата, као и изјаве аутора о оригиналности дисертације, истоветности штампане и електронске верзије, као и о искоришћавању дисертације.
1.3.Опис предмета истраживања (до 500 карактера):
Предмет истраживања дисертације су квадратурне формуле Гаусовог типа за алгебарске и тригонометријске полиноме, анти-Гаусове и усредњене Гаусове квадратурне формуле, као и оптимални скуп квадратурних формула у Борхесовом смислу. Извршена је анализа одговарајућих ортогоналних алгебарских и тригонометријских полинома и вишеструко ортогоналних алгебарских полинома, која подразумева испитивање њихових значајних особина, као и примену у конструкцији одговарајућих квадратурних формула.
1.4.Анализа испуњености полазних хипотеза:

Полазне хипотезе истраживања засноване су на постојећим резултатима за квадратурне формуле Гаусовог типа за алгебарске и тригонометријске полиноме, као и методе конструисања анти-Гаусових и усредњених Гаусових квадратурних формула за алгебарске полиноме. Поред тога, коришћени су резултати генерализације Гаусових квадратурних формула базираних на концепту вишеструке ортогоналности, односно оптимални скупови квадратурних формула у Борхесовом смислу.

1.5. Анализа примењених метода истраживања:

У дисертацији су коришћене разне математичке методе истраживања, а посебно методе математичке и нумеричке анализе, нумеричке интеграције и теорије апроксимација, као и методе конструктивне теорије ортогоналних полинома. Добијене нумеричке методе су имплементирани у програмском пакету Wolfram Mathematica.

1.6. Анализа испуњености циља истраживања:

Циљ истраживања односи се на детаљну анализу квадратурних формула Гаусовог типа, формирање анти-Гаусових и усредњених Гаусових квадратурних формула на простору тригонометријских полинома, као и конструисање скупа анти-Гаусових квадратурних формула за оптимални скуп квадратурних формула у Борхесовом смислу и у потпуности је испуњен. Такође, постављене су основе за даља истраживања у овој области, које могу довести до још значајних и применљивих резултата.

1.7. Анализа добијених резултата истраживања и списак објављених научних радова кандидата из докторске дисертације (аутори, наслов рада, волумен, година објављивања, странице од-до, DOI број¹, категорија):

Ова дисертација представља оригиналан резултат рада аутора у области нумеричке анализе, специјално нумеричке интеграције и теорије апроксимација.

Најпре је уведено проширење анти-Гаусових и усредњених Гаусових квадратурних формула на простор тригонометријских полинома, при чему је посебна пажња посвећена парним тежинским функцијама на интервалу $[-\pi, \pi]$. Показане су главне особине ових квадратурних формула и изведен је ефикасан нумерички метод за њихово конструисање који се базира на везама између чворова и тежинских коефицијената посматране квадратурне формуле за тригонометријске полиноме и одговарајуће квадратурне формуле за алгебарске полиноме.

Други значајан резултат представљен овом дисертацијом јесте генерализација која се односи на вишеструку ортогоналност. Уведени су појмови скупа анти-Гаусових и усредњених Гаусових квадратурних формула за оптимални скуп квадратурних формула у Борхесовом смислу. У оквиру овог дела истраживања коришћени су вишеструко ортогонални полиноми у односу на билинеарне форме, при чему су добијене рекурентне релације које ови полиноми задовољавају, као и особине које су од значаја за конструисање поменутих квадратурних формула.

Оригинални резултати кандидата Невене З. Петровић публиковани су у оквиру два рада у часописима са SCI листе и презентовани на више научних скупова међународног и националног значаја.

Научни радови публиковани у истакнутим међународним часописима (M20):

1. **N. Z. Petrović, M. P. Stanić, T. V. Tomović Mladenović:** *Anti-Gaussian quadrature rule for trigonometric polynomials*, *FILOMAT* **36** (3) (2022), 1005-1019. ISSN 2406-0933 M22 (DOI: [10.2298/FIL2203005P](https://doi.org/10.2298/FIL2203005P))

¹ Уколико публикација нема DOI број уписати ISSN и ISBN

2. **N. Z. Petrović**, M.S. Pranić, M. P. Stanić, T. V. Tomović Mladenović: *The set of anti-Gaussian quadrature rules for the optimal set of quadrature rules in Borges' sense*, J. Comput. Appl. Math. **442C** (2024) 115733. M21 (DOI: [10.1016/j.cam.2023.115733](https://doi.org/10.1016/j.cam.2023.115733))

Саопштења са међународних скупова штампана у изводу (M34)

1. The 2nd Mediterranean International Conference of Pure & Applied Mathematics and Related Areas, August 28th-31st, 2019, Paris, France
M. P. Stanić, **N. Z. Petrović**, T. V. Tomović: *Anti-Gaussian quadrature rule for trigonometric polynomials* (Abstract Booklet, p. 41)
2. Numerical Methods for Large Scale Problems, Dedicated to Professor Lothar Reichel (Kent State University, Ohio, USA) on the occasion of his 70th Anniversary, June 6th - 14th, 2022, Belgrade, Serbia
N. Z. Petrović, M. P. Stanić, T. V. Tomović Mladenović: *Anti-Gaussian quadrature rules for the optimal set of quadrature rules in Borges' sense* (Book of Abstract, p. 67)
3. Analysis, Topology and Applications, June 29th – July 2nd, 2022, Vrnjačka banja, Serbia
N. Z. Petrović, M. P. Stanić, T. V. Tomović Mladenović: *Averaged Gaussian quadrature rule for trigonometric polynomials* (Book of Abstract, p. 24)
4. Analysis, Aproximation, Applications, Vrnjačka banja, Serbia, 21-24 June, 2023
N. Z. Petrović, M. P. Stanić, T. V. Tomović, M. Pranić, *The set of anti-Gaussian quadrature rules and corresponding multiple orthogonal polynomials* (Book of Abstract, p. 87, ISBN 978-86-6009-094-4)

Саопштења са скупова националног значаја штампана у изводу (M64)

1. 14th Serbian Mathematical Congress, May 16th-19th, 2018, Kragujevac, Serbia
N. Z. Petrović, T. V. Tomović, M. P. Stanić: *Anti-Gaussian quadrature rule for trigonometric polynomials* (Book of Abstract, p. 179, ISBN 978-86-6009-055-5)
2. Kongres mladih matematičara u Novom Sadu (KMMNS), 03-05. oktobar 2019, Novi Sad, Srbija
N. Petrović, T. Tomović, M. Stanić: *Anti-Gaussian quadrature rule for trigonometric polynomials* (Knjiga sažetaka, str. 33)
3. Mathematical meeting of Serbia and Montenegro, October 11th-14th, 2019, Budva, Montenegro
N. Petrović, T. Tomović, M. Stanić: *Anti-Gaussian quadrature rule for trigonometric polynomials* (Book of Abstract, p. 12)
4. Kongres mladih matematičara u Novom Sadu (KMMNS2), 29. septembar-01. oktobar 2022, Novi Sad, Srbija
N. Z. Petrović: *Set of anti-Gaussian quadrature rules for the optimal set of quadrature rules in Borges' sense* (Knjiga sažetaka, str. 62)

1.8. Оцена да је урађена докторска дисертација резултат оригиналног научног рада кандидата у одговарајућој научној области и анализа извештаја о провери докторске дисертације на плагијаризам (до 1000 карактера):

На основу увида у постојећа научна истраживања из области нумеричке анализе, посебно нумеричке интеграције и теорије апроксимација, Комисија сматра да је докторска дисертација под називом „Нестандардне анти-Гаусове квадратурне формуле“, кандидата Невене З. Петровић оригинално научно дело чија тема није била предмет досадашњих истраживања. Ово је потврђено публикавањем резултата у врхунским часописима са SCI листе. Добијени резултати представљају добру основу за даља истраживања.

Приликом провере на плагијаризам утврђено је 19% поклапања у 5 извора. Поклапања са првим извором чине делови дефиниција и тврђења у вези са основним појмовима нумеричке интеграције и теорије апроксимација који омогућавају презентовање оригиналних резултата. Наредна два извора су публиковани оригинални резултати кандидата, а преостала поклапања су са радовима ментора на које се дисертација директно надовезује. Сви коришћени извори су наведени у дисертацији, уз поштовање академских правила цитирања.

1.9. Значај и допринос докторске дисертације са становишта актуелног стања у одређеној научној области:

Нестандардне анти-Гаусове квадратурне формуле које су предмет ове дисертације, припадају важном делу нумеричке анализе, области нумеричка интеграција. Сама конструкција квадратурних формула се базира на ортогоналним полиномима, па је велики део истраживања посвећен и области теорије апроксимација, односно теорији ортогоналних система.

Чувене Гаусове квадратурне формуле, које постижу максимални алгебарски степен тачности, уведене су 1814. године. Значај ових формула показује и интересовање многих научника за њихову генерализацију у различитим правцима. Идеје које су се спроводиле, проширивале су примену Гаусових квадратурних формула на простор тригонометријских полинома, рационалних функција, али и на вишеструку ортогоналност. Прве радове у области квадратурних формула Гаусовог типа за тригонометријске полиноме публиковали су руски математичари Турецки и Мисовски, а касније и српски математичари Г. В. Миловановић, М. П. Станић, која је ментор ове дисертације, А. С. Цветковић и Т. В. Томовић Младеновић која је председник ове комисије. Проширење Гаусових квадратурних формула на вишеструку ортогоналност дало је за резултат оптимални скуп квадратурних формула уведен од стране Борхеса на простору алгебарских полинома, а потом и од стране поменутих српских математичара на простору тригонометријских полинома.

Главна основа оригиналних резултата кандидата Невене З. Петровић је идеја о формирању анти-Гаусових квадратурних формула, настала од стране математичара Дирк Лорија, који је конструисао ове формуле за алгебарске полиноме, а које имају особину да дају грешку једнаке величине али супротног знака у односу на грешку насталу применом одговарајуће Гаусове квадратурне формуле.

Научни допринос ове дисертације нумеричкој интеграцији огледа се у проширењу поља примене анти-Гаусових квадратурних формула, чиме се обезбеђује знатно боља апроксимација вредности једноструких интеграла и на другим просторима.

У дисертацији су по први пут уведене анти-Гаусове квадратурне формуле за тригонометријске полиноме. Детаљно су описани и доказани методи којима се једноставно могу ове формуле конструисати, повезујући их са постојећим анти-Гаусовим квадратурним формулама за алгебарске полиноме. Добијени резултати доводе и до усредњених Гаусових квадратурних формула које значајно повећавају тачност апроксимација. Како се извођење ових формула базира на тригонометријским ортогоналним полиномима, то је велики део оригиналних резултата посвећен анализирању тригонометријских ортогоналних полинома целобројног и полу-целобројног степена, у оквиру кога су изведене и показане рекурентне релације које ови полиноми задовољавају.

Други значајан допринос ове дисертације представља генерализација конструкција скупа анти-Гаусових квадратурних формула за оптимални скуп квадратурних формула у Борхесовом смислу. Одговарајући вишеструко ортогонални полиноми истовремено задовољавају услове ортогоналности у односу на више различитих билинеарних форми.

Сви резултати су праћени нумеричким примерима, који додатно потврђују значај и допринос оригиналних резултата кандидата који су изложени у овој дисертацији.

1.10. Оцена испуњености услова за одбрану докторске дисертације у складу са студијским програмом, општим актом факултета и општим актом Универзитета (до 1000 карактера):

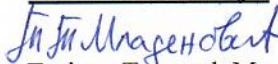
Докторска дисертација „Нестандардне анти-Гаусове квадратурне формуле” кандидата Невене З. Петровић је оригинална и представља значајан научни допринос нумеричкој анализи, специјално нумеричкој интеграцији и теорији апроксимација. Кандидат до сада има два публикована рада у врхунским научним часописима са SCI листе (категорије M21 и M22), четири саопштења на скуповима међународног значаја (категорија M34) и четири саопштења на скуповима националног значаја (категорија M64).

На основу свега наведеног закључујемо да кандидат Невена З. Петровић испуњава услов за одбрану докторске дисертације у складу са студијским програмом, општим актом факултета и општим актом Универзитета.

2. ЗАКЉУЧАК

На основу анализе докторске дисертације и приложене документације Комисија за оцену и одбрану докторске дисертације под насловом „Нестандардне анти-Гаусове квадратурне формуле”, кандидата **Невене З. Петровић**, предлаже надлежним стручним органима да се докторска дисертација прихвати и да се одобри њена одбрана.

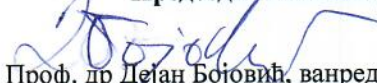
Чланови комисије:


Проф. др Татјана Томовић Младеновић,
ванредни професор

Природно-математички факултет Универзитета у
Крагујевцу

Математичка анализа са применама

Председник комисије


Проф. др Дејан Бојовић, ванредни професор

Природно-математички факултет Универзитета у
Крагујевцу

Математичка анализа са применама

Члан комисије


Др Јелена Томановић, доцент

Универзитет у Београду – Машински факултет
Математика

Члан комисије